

## 技術解説

## Technical Review

## 切削加工におけるびびり振動の発生機構と抑制

社本英二\*

## Mechanism and Suppression of Chatter Vibrations in Cutting

Eiji Shamoto

## Synopsis

Cutting such as turning and milling is one of the most important manufacturing processes. Undesirable vibrations, called chatter, often occur in cutting, cause severe practical problems such as short tool life and deterioration of surface quality. There are many sources and several types of chatter vibrations. Since their generation mechanisms are different, methods to suppress those vibrations are also different. The numerous vibration sources and their complex generation mechanisms, especially self-excited types of chatter vibrations, have made it difficult for production engineers to understand and solve the chatter problems for many years. On the other hand, many researchers have investigated the chatter vibrations, and nowadays the generation mechanisms of chatter vibrations in cutting are mostly clarified and they can be predicted analytically. Those mechanisms and analytical models in turning and milling are described and introduced in this article together with some experimental and theoretical results. It is expected that those knowledge can be applied to solve the practical chatter problems in industries systematically unlike the conventional empirical solutions, and that such systematic solutions will improve quality and performance of many industrial products and reduce their cost.

## 1. はじめに

工業製品の多くは、切削によってその形状創製が行われている。例えば車のエンジン部品の多くは、ダイカストによって金型の形状を転写して量産されるが、その金型形状は切削によって創製される。また、ダイカスト後、高い精度が要求される接合面や細かいねじ部などの形状は直接切削によって創製される。インパネやタイヤなどの樹脂・ゴム部品についても、切削によって形状創製された金型によって量産成形が行われる。他方、車体などの板状部品の多くは、プレス加工によって形状転写が行われ、その原型となる金型形状はやはり切削によって創製される。

以上のように、切削はものの形を創り出す上で最も重要なプロセスといえることができる。一般に、切削において、切込みを増やして多くの材料を除去しようとすると、あるしきい値（安定限界）以上の切込みにおいて大きな自励振動が発生し、仕上げ面性状の著しい劣化や工具欠損などの問題を生じる<sup>1)~11)</sup>。特に、薄肉

部品などの低剛性工作物の場合、ロングシャンクエンドミルなどの低剛性工具の場合、高硬度難削材加工の場合などには、その安定限界が低いため、頻繁にこの振動問題が発生する。他方、高い精度が要求される仕上げ加工においては、比較的小さな強制振動であっても問題となる<sup>3),4)</sup>。びびり振動とは、これらの振動問題の総称として用いられることが多く、加工能率・コストや仕上げ面性状を左右する重要な現象として古くから認識されている。このため、過去に多くの研究が行われ、その種類や発生機構が明らかにされつつある。しかし、これらの基礎的な機構を理解する研究者や技術者が多くとはいえず、他方で工作機械や工具の進歩に伴って高速切削化が進んでいることにも起因して、むしろ加工現場においてはびびり振動が問題になることが増えているように見受けられる。

本稿では、まずびびり振動の種類について概説し、それぞれのびびり振動の発生機構と解析、抑制手法について、事例を交えて解説する。

2011年10月12日受付

\*名古屋大学大学院工学研究科機械理工学専攻，工博 (Dr., Eng., Department of Mechanical Science and Engineering, Graduate School of Engineering, Nagoya University)

## 2. 切削における各種びびり振動<sup>2)</sup>

ここでは、切削加工において生じるびびり振動の種類についてまとめる。まず、大きく分けて、Fig.1に示されるように、強制びびり振動と自励びびり振動がある。

強制びびり振動とは、何らかの強制的な振動原因が機械の振動特性によって拡大されて現れるものである。この振動源には、フライス加工などの断続切削における周期的な切削力、チタン合金や焼入れ鋼の切削時に見られる切りくず生成の周期性に起因する切削力変動、工作機械内部の軸受、歯車、モータのコギングなどの振動、回転軸の不釣り合い、加速度による慣性力、油空圧変動、床から伝わる振動などがある。

自励びびり振動とは、切削過程の中に振動をフィードバックして拡大する閉ループが存在する場合に発生する不安定現象である。具体的には、再生型とモードカップリング型の2種類が知られている。再生型のびびり振動では、Fig.2に示されるように、一回転前（多刃工

具では一刃前）に切削する際に生じていた振動が加工面の起伏として残り、その振動が現在の切削において切取り厚さの変動として再生する。このため、切削力 $F_f$ が変動して再び振動が発生する閉ループが構成され、そのループゲインが大きくなると何らかのきっかけで生じた振動が成長して大きなびびり振動を生じる。モードカップリング型のびびり振動は、2方向の振動モードが近い共振周波数を有する際に、それらが連成して生じる。例えばFig.3に示すように、ロングシャンクエンドミルは直交する2つの半径方向で類似の振動モードを有する。何らかのきっかけでx方向に振動を生じたとすると、図に示すように切取り厚さが変動してy方向の主分力が大きく変動し、y方向振動を励起する。このy方向振動により、同様にx方向の主分力が変動するため、再びx方向の振動を生む閉ループを構成する。xy方向の共振周波数近傍では、このループゲインが大きくなるため、閉ループをとおして大きな自励振動に成長する。

### 1. Forced chatter

1-1 **Process-related chatter** ← Intermittent cutting, serrated chip formation, etc.

1-2 **Non-process-related chatter** ← Bearings, gears, motor cogging, rotor imbalance, jerk of machine tool, air/oil pressure fluctuation, floor vibration, etc.

### 2. Self-excited chatter

2-1 **Regenerative chatter** ← Regeneration of previous vibration left on cut surface

2-2 **Mode-coupling** ← Coupling of multi-directional vibrations

Fig.1. Various types of chatter vibrations in cutting.

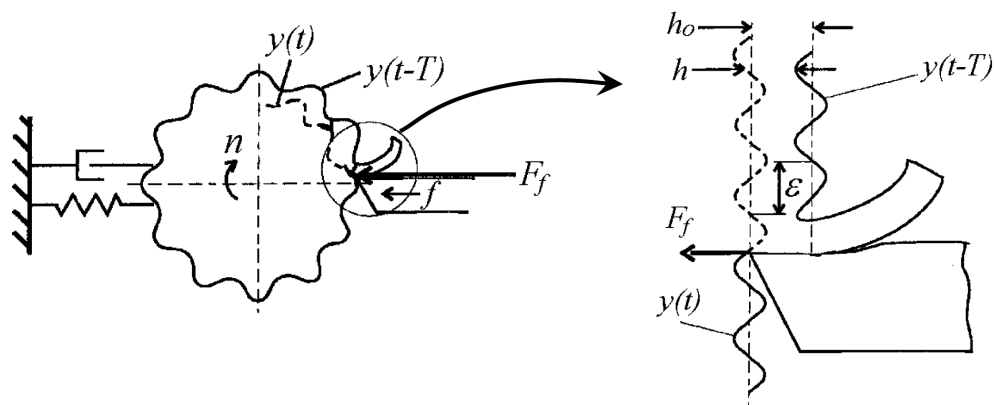


Fig.2. Plunge turning process with regenerative chatter<sup>1)</sup>.

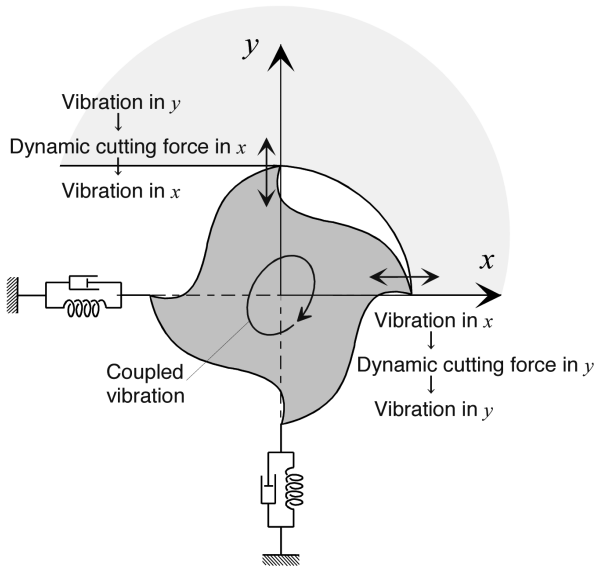


Fig.3. Milling process with mode-coupling chatter.

### 3. 強制びびりの事例と対策

強制びびり振動は、前述したように強制力が機械構造の振幅拡大率（周波数応答関数）を通して現われる単純な現象である。従って、この振動  $X(\omega)$  を解析するには、周波数領域で強制力  $F(\omega)$  と機械構造の周波数応答関数  $G(\omega)$  の積を求めるだけでよい。

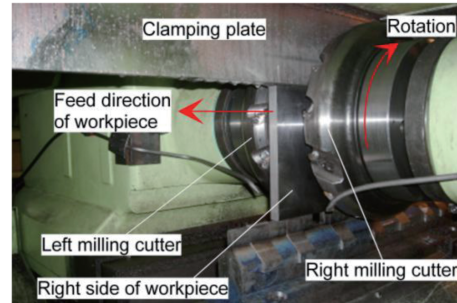
$$X(\omega) = G(\omega) \cdot F(\omega)$$

例えば、薄いタービンブレードのエンドミル加工時の強制びびり振動を解析するには、エンドミル加工の切削力  $F(\omega)$  を推定<sup>1)</sup>し、加工点でのブレードの周波数応答関数を測定してそれらの積を求めるだけでよい。

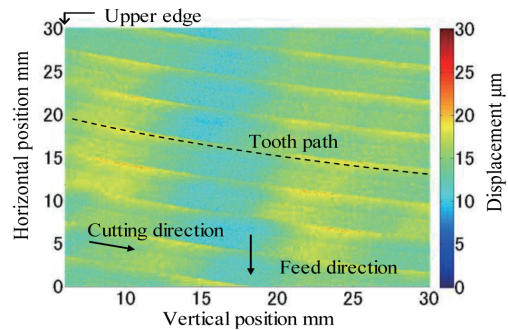
以上より、一般に強制振動を抑制するには、振動源となっている強制力の周波数を機械構造の共振周波数の整数分の1付近からずらすこと、強制力（特に共振付近の成分周波数）を減らすこと、機械構造の動剛性を向上することが基本的な対策となる<sup>3),4)</sup>。

Fig.4 は、剛性の低い板材をフライス加工時に発生した微小な強制振動を測定、解析した例である<sup>4)</sup>。本事例では、Fig.4 (a) に示すように両面同時フライス加工によっていわゆるバランスカットを行っているが、両面での切削開始がわずかにずれることで、Fig.4(b) のように仕上げ面に微小な振動マークが残っている。この場合には、強制力の周波数が機械構造の共振周波数に比べて非常に小さく、強制力の周波数を機械構造の共振

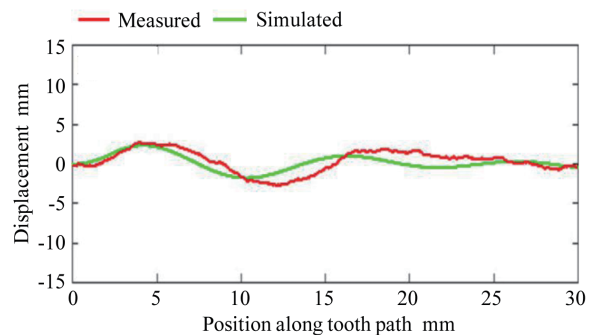
周波数の整数分の1付近からずらす効果は小さいため、両面での切削開始を正確に合わせることで強制力を減少する対策が有効であった。



(a) Double-sided milling process



(b) Cut surface topography



(c) Surface profiles plotted along tooth path

Fig.4. Measured profiles of surface finished by double-sided milling with forced vibration<sup>4)</sup>.

## 4. 自励びり振動の解析, 事例と対策

### 4. 1 旋削加工における再生びり振動

#### 4. 1. 1 基礎理論<sup>1)</sup>

ここでは、最も単純な突切り加工の場合について、理論的に再生びり振動安定限界を導き、安定限界線図を算出する。Fig.2に示すように、被削材と工具間のびり振動は、その瞬間の切取り厚さを変動させるのみならず、仕上げ面形状に転写されて1回転後の切取り厚さに対しても変動（再生効果）を与える。この際、主分力方向の振動は切削力に大きな影響を与えないため、基本的には背分力方向についてのみ考慮する。ただし、実際には機械構造の伝達関数の非対角項が無視できない場合が多く、主分力に起因する背分力方向の振動成分も重要であることが分かっている<sup>5)</sup>。

上述の2重のフィードバックループをブロック線図に表したのがFig.5である。図に示されるように、瞬間切取り厚さ  $h(s)$  は設定量  $h_0$  から現在の振動変位  $y(s)$  を引いて1回転前の振動変位  $y_0(s)$  を加えたものとなる。ここで、 $T$  は主軸の回転周期である。次に、切削力の背分力成分は切削断面積に比例するものとし、その比例係数すなわち比切削抵抗を  $K_f$  とする。よって切削力  $F_f$  は、瞬間切取り厚さ  $h(s)$  と切削プロセスでの利得（比切削抵抗  $K_f \times$  切削幅  $a$ ）の積として求められる。この切削力が機械構造（Fig.2の場合にはコンプライアンスの高い被削材）を加振し、再び振動変位  $y(s)$  を生じる。

以上より、設定切取り厚さから瞬間切取り厚さへの伝達関数は、次式のように求められる。

$$\frac{h(s)}{h_0} = \frac{1}{1 + (1 - e^{-sT})K_f a \Phi(s)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

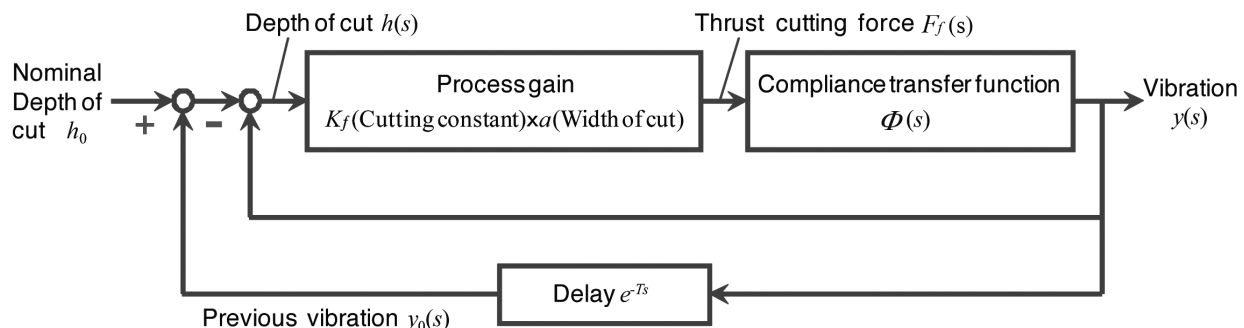


Fig.5. Block diagram of plunge turning process with regenerative chatter vibration.

ここで、 $\Phi(s)$  は機械構造のコンプライアンス伝達関数である。この閉ループ伝達関数の安定性は、その特性方程式の根  $s = \sigma + j\omega_c$  によって判別し得る。すなわち、その実部  $\sigma$  が正であれば瞬間切取り厚さは時間領域で指数関数的に増大し、逆に負であれば減衰する。そして  $\sigma = 0$  の時に臨界状態となり、周波数  $\omega_c$  で一定振幅のびり振動が持続する。この時、一巡伝達関数  $(1 - e^{-j\omega_c T})K_f a \Phi(j\omega_c) = -1$  となることから、何らかのきっかけで発生した周波数  $\omega_c$  のびり振動は、Fig.5に示される閉ループを一巡しても増大も減衰もしないことが分かる。従って、臨界切削幅を  $a_{lim}$  とすれば、次式が成り立つ。

$$1 + (1 - e^{-j\omega_c T})K_f a_{lim}(G + jH) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $G, H$  はそれぞれ  $\Phi(s)$  の実部と虚部である。指数部をオイラーの公式を使って三角関数に展開すれば次式が得られ、

$$\{1 + K_f a_{lim}[G(1 - \cos\omega_c T) - H \sin\omega_c T]\} + j\{K_f a_{lim}[G \sin\omega_c T + H(1 - \cos\omega_c T)]\} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

さらに、上式の実部と虚部がともに0になる条件から、次の2式が得られる。

$$1 + K_f a_{lim}[G(1 - \cos\omega_c T) - H \sin\omega_c T] = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$G \sin\omega_c T + H(1 - \cos\omega_c T) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\frac{H}{G} = \frac{\sin\omega_c T}{\cos\omega_c T - 1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(4)より  $a_{lim}$  を求め

$$a_{lim} = \frac{-1}{K_f G \left(1 - \cos\omega_c T - \frac{H}{G} \sin\omega_c T\right)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

これに式(5)を代入して整理すれば

$$a_{lim} = \frac{-1}{2K_f G(\omega_c)} \dots\dots\dots (7)$$

となり、安定限界  $a_{lim}$  は比切削抵抗  $K_f$  と伝達関数の実部  $G$  に反比例することが示される。すなわち、被削材が硬い（あるいは刃先が鈍いなどによって  $K_f$  が大きい）ほど、機械構造のコンプライアンス（変形のし易さ）が大きいほど、それらに反比例して安定限界  $a_{lim}$  が低くなり、加工能率の上限が低下することを意味している。また切削幅  $a$  が正であること、通常の金属切削では比切削抵抗  $K_f$  も正であることから、 $G$  は負でなければならず、びびり振動は共振点よりも高い周波数で発生することがわかる。なお、設定切取り厚さは切削力の静的成分のみに影響を与え、動的成分には無関係であることから、基本的には再生びびり振動安定限界に影響を与えない。実際には、切取り厚さを小さくすると寸法効果などによって比切削抵抗が若干大きくなり、安定限界が低下する効果が存在する。すなわち、切取り厚さを小さくしすぎると若干びびり振動が発生しやすくなる。

一方、この時の回転周期  $T[s]$  および主軸回転数  $n[\text{min}^{-1}]$  については、式(5)を変形して、

$$\frac{H}{G} = \frac{\sin \omega_c T}{\cos \omega_c T - 1} = \frac{2 \sin(\omega_c T/2) \cos(\omega_c T/2)}{-2 \sin^2(\omega_c T/2)} = \frac{\cos(\omega_c T/2)}{-\sin(\omega_c T/2)} = \tan \left[ \frac{\omega_c T}{2} - \left( \frac{3\pi}{2} + k\pi \right) \right] \dots\dots\dots (8)$$

とし、これを  $T$  について解くことによって次式のように求められる。

$$T = \frac{1}{\omega_c} \left[ 2k\pi + \left( 3\pi + 2 \tan^{-1} \frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)} \right) \right] = \frac{1}{\omega_c} [2k\pi + \varepsilon], \quad n = \frac{60}{T} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $k$  は1周の仕上げ面上に残された波の数の整数部分である。また  $\varepsilon = 3\pi + 2 \tan^{-1}(H/G)$  は、Fig.2の拡大図に示すように現在の振動が作り出す波（インナモジュレーション）と1回転前に形成された波（アウトモジュレーション）の位相差である。なお、数値計算では  $\tan^{-1}(H/G)$  は  $-\pi/2$  から  $\pi/2$  の範囲の値を算出

するが、本解析では通常の場合  $G$  が負であるために上述の範囲外となることに注意されたい。

上述の式(7)および(9)を用いて安定限界線図を求めするには、次の手順に従えばよい。

- ① 伝達関数の実部が負となる領域においてびびり振動周波数  $\omega_c$  を仮定する。
- ② 式(7)より、安定限界  $a_{lim}$  を算出する。
- ③ 式(9)より、それぞれの波数  $k=0,1,2,\dots$  に対して回転数  $n$  を算出する。
- ④ 共振周波数近傍で  $\omega$  を変えて上記を繰り返す。

なお、本解析を行う前提として、比切削抵抗と問題となる機械構造の周波数伝達関数が既知でなければならない。

上記のように安定限界線図を求めた例を Fig.6 に示す。解析条件は図の下に付記したとおりである。Fig.6 に示される無条件安定限界  $a_{lim}$  は伝達関数の実部の最小値  $G_{lim}$  から求められる。また、共振周波数の整数分の1ごとに安定限界が高くなり、その安定領域は高速になるほど広がる。従って、特に軟質金属の高速切削時には安定な回転数を選択することが加工能率向上のために重要となる。Fig.6より、これらの安定な回転数は共振周波数の整数分の1近辺にあることがわかる。これは、位相差  $\varepsilon$  が  $2\pi$  に近づいて切取り厚さ変動が減少するためである。

また、びびり振動周波数を見ると、上述したように常に共振周波数より高くなっていることがわかる。共振周波数ではびびり振動が生じない理由は、 $\varepsilon=2\pi$  となって切取り厚さ変動がゼロになるためである。位相差  $\varepsilon$  に関しては、 $\pi$  から  $2\pi$  の範囲にあり、これは通常の旋盤による旋削加工においてびびりマークの傾きが左上がりに現れることに対応している (Fig.7 参照)

### 4. 1. 2 実際の旋削加工時の再生型びびり振動の特徴と対策

特に低速の旋削加工においては、実際にびびり振動が発生すると工具逃げ面が仕上げ面と干渉し、振動を抑制する効果（プロセスダンピング<sup>6)</sup>）が発生する。この効果は、工具刃先が摩耗するほど、また切削速度が低くなるほど大きくなる。従って、Fig.6に示した安定限界は、低速側において工具摩耗が進むほど上に広がることになる。実際の現場において、びびり振動を抑

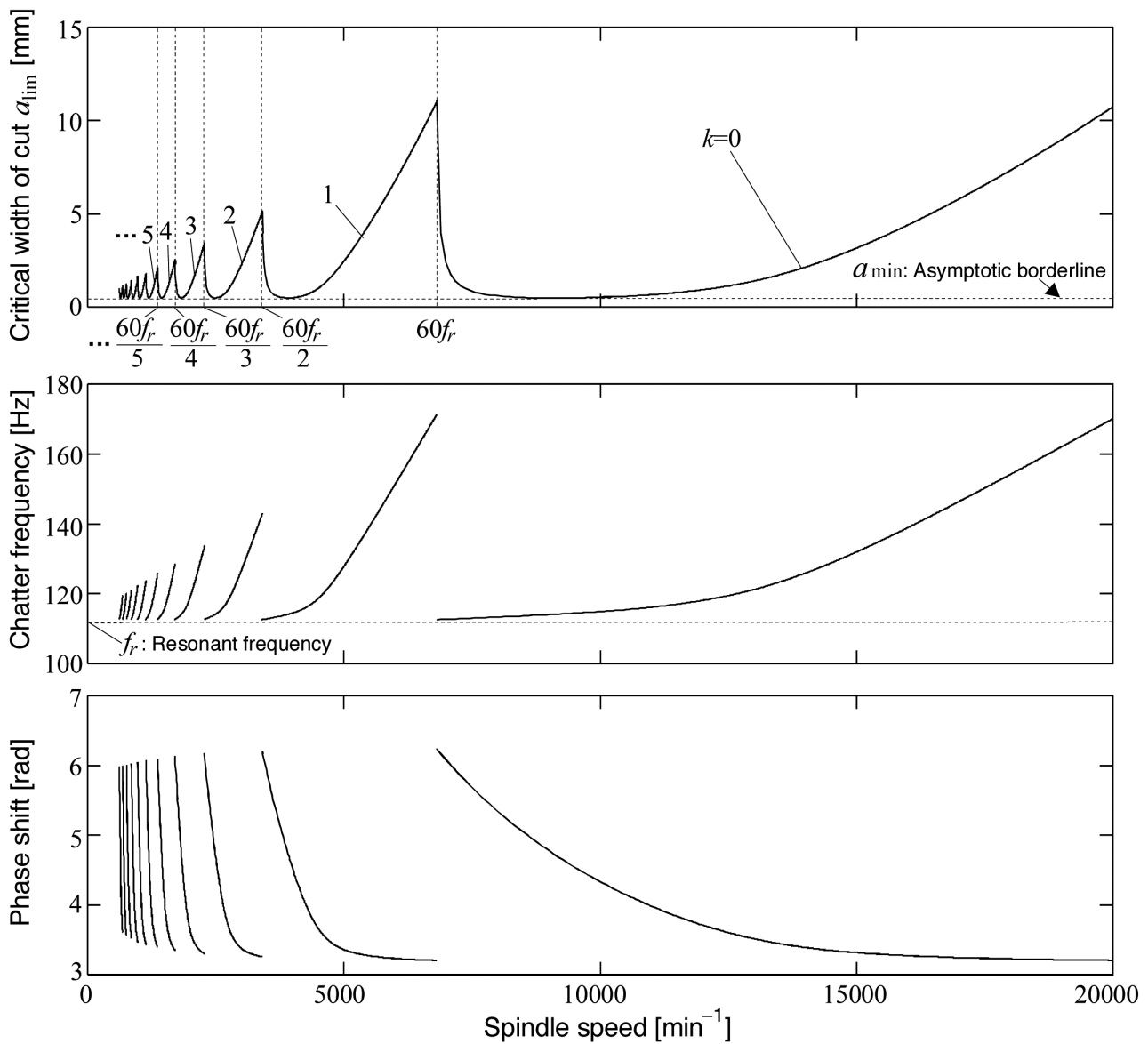


Fig.6. Simulated stability limits for regenerative chatter vibration in plunge turning.

[Simulation conditions]  $K_f = 300$  [MPa],  $\Phi(j\omega) = 1/(-M\omega^2 + jC\omega + K)$ , where  $M = 10$  [kg],  $K = 5 \times 10^6$  [N/m], and  $C = 200$  [N/(m/s)].

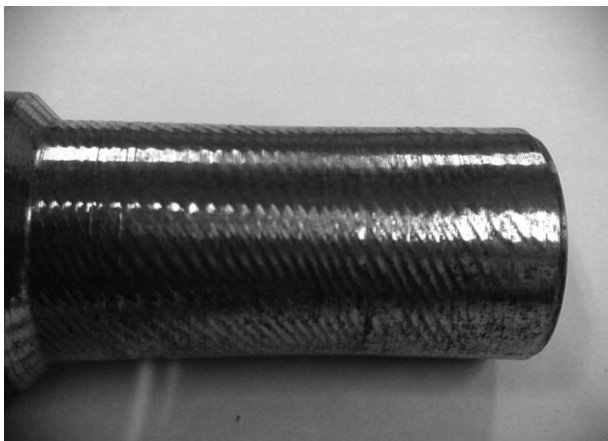


Fig.7. Surface turned with regenerative chatter vibration.

制するために回転数を下げることがあるが、これはこのプロセスダンピングを利用した手法である。

前節においては、簡単な例として突切り加工を取り扱ったが、多くの旋削加工では切削幅の全域にわたって1回転前の振動が再生するわけではない。この様子を Fig.8 に示す。Fig.8 で、 $X$  はびびり振動を生じる固有モードにおいて工具工作物間に生じる相対振動の当該面内成分であり、工具軸方向から  $\kappa$  だけ傾いているものとする。この時、振動方向に見た切削幅を  $b$ 、その中で1回転前の仕上げ面と重複する部分を  $b_d$  とすれば、

インナモジュレーションを生じる幅は  $b$ 、アウトモジュレーションを生じる幅は  $b_d$  であるので、それらの比  $\mu = b_d/b$  (重複係数と呼ぶ) を用いて、Fig.2 に示す再生フィードバックのブロック  $e^{-Ts}$  が  $\mu e^{-Ts}$  に変更されることになる。この重複係数はびびり振動の方向や切削条件、工具形状によって変化するため、機械構造の動剛性が低くびびり振動を生じやすい方向を考慮して、重複係数が小さくなるように工具形状や切削条件を選ぶことが再生びびり振動の抑制に効果的である。なお、ねじ切りのように前加工面 (Fig.8 における BC 面) の割合が大きく、前加工時の振動が再生する場合には、前加工時と回転数を変更することがびびり振動抑制に効果的である。

以上に述べた旋削加工時の再生びびり振動の特徴と抑制方法をまとめると下記のとおりである。

【特徴】

- (1) 切削幅、比切削抵抗、機械構造の動コンプライアンスが大きい時に発生し易い。
- (2) びびり振動周波数は主軸回転数によって変化し、機械構造の共振周波数より少し高い。
- (3) 左上がりの振動マークを生じる。
- (4) 工具が摩耗するとプロセスダンピングが増大して

安定になる傾向を持つ。

- (5) 発生時に指数関数的に振動が増大する。
- (6) 切取り厚さを増加すると若干安定になる (比切削抵抗の寸法効果)。

【対策】

- (1) 切削幅を減少し、切取厚さを増加。
- (2) 安定な回転数を選択 (特に軟質金属の高速切削時、安定な回転数は共振周波数の整数分の 1 近辺に存在)。
- (3) 重複係数を減少 (ノーズ半径減少、アプローチ角改善など)。
- (4) 機械構造の動コンプライアンスの負実部の大きさを低減 (工具や被削材の形状や把持方法、工作機械構造の改善、ハール工具やフリクションダンパの使用など)。
- (5) 比切削抵抗の減少 (すくい角の増大、低摩擦コーティング、切削油剤、振動切削の適用など)。
- (6) 力の向きを変える (工具形状、切込み、送りなど)。
- (7) 主軸回転数 (切削速度) の変化 (特にねじ切り、プレーナ加工など)。
- (8) 逃げ面摩擦を増加 (切削速度低減によるプロセスダンピング効果、逃げ角減少、摩擦パッドなど)。

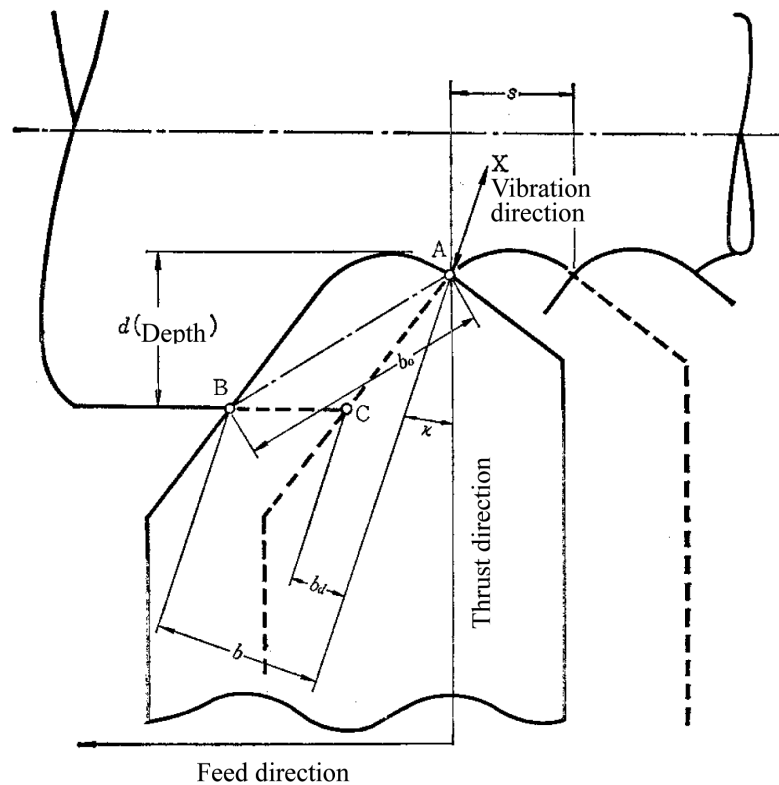


Fig.8. Overlap factor  $\mu = b_d/b$  in practical turning<sup>2)</sup>.

## 4. 2 エンドミル(フライス)加工における自励びり振動<sup>1)~3),7)~11)</sup>

エンドミル加工は機械加工法の中でもよく利用される加工形態であり、細長い工具やタービンプレードのような工作物の剛性不足からしばしばびり振動が問題となる。従って、この場合に生じるびり振動の機構を理解することは、実用的にも重要である。

エンドミル加工は、Fig.9に示すように、前述の旋削加工に比べて複雑なプロセスである。主な相違点は、切削力の方向が工具の回転に伴って変化すること、2方向(場合によっては3方向)の振動が連成すること、切削と空転を繰り返す断続切削であること、複数の切れ刃が同時に加工に関与することである。しかし、基本的なびり振動発生機構は旋削の場合と類似であり、以下に述べるように近年になって単純なモデル<sup>1),7)</sup>が開発されたことにより、比較的理解が容易になっている。

まず、切れ刃 $j$ はFig.9に示すようにトロコイド軌跡を描き、先行する切れ刃の軌跡との差分の被削材を除去する。この静的な切取り厚さは、1回転あたりの送り量を $f$ 、切れ刃の回転位置を $\theta_j$ として $f \sin \theta_j$ によって近似することができる。しかし、前章で述べた旋削の場合にもそうであったように、静的な切取り厚さはびり振動の発生条件には影響しない。そこで、多くのエンドミル加工の場合に問題となる $xy$ 面内の振動変位をFig.9に示すように $x(t)$ 、 $y(t)$ として1刃分前の変位 $x(t-T)$ 、 $y(t-T)$ との差を $\Delta x(t)=x(t)-x(t-T)$ 、 $\Delta y(t)=y(t)-y(t-T)$ とすれば、切取り厚さの変動成分 $h(\theta_j)$ は次式のように表される。

$$h(\theta_j) = (\Delta x \sin \theta_j + \Delta y \cos \theta_j)g(\theta_j) \dots\dots\dots(10)$$

ここで、 $g(\theta_j)$ は切れ刃 $j$ が切削に関与するか否かを区別する単位ステップ関数であり、切削中は1、空転中は0となる。切れ刃のねじれ角を0とし、その比切削抵抗を接線方向に $K_t$ 、半径方向に $k_r K_t$ とすれば、切れ刃 $j$ に加わる切削抵抗の変動成分は次のように求められる。

$$F_{ij} = aK_t(\Delta x \sin \theta_j + \Delta y \cos \theta_j)g(\theta_j),$$

$$F_{rj} = k_r F_{ij} \dots\dots\dots(11)$$

ここで $a$ は軸方向切込み量である。これをさらに $N$ 個の切れ刃について積算すればエンドミル工具に加わる

力が次のように求められる。

$$F_x = \sum_{j=0}^{N-1} (-F_{ij} \cos \theta_j - F_{rj} \sin \theta_j),$$

$$F_y = \sum_{j=0}^{N-1} (F_{ij} \sin \theta_j - F_{rj} \cos \theta_j) \dots\dots\dots(12)$$

これをベクトル表示すれば、

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} aK_t \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix}, \text{ or}$$

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} aK_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \dots\dots\dots(13)$$

となる。ここで、エンドミル加工における切削力係数行列 $A(t)$ は時間あるいは回転角度によって変化し、その各成分は次のように表される。

$$\alpha_{xx} = \sum_{j=0}^{N-1} -[\sin 2\theta_j + k_r(1 - \cos 2\theta_j)]g(\theta_j),$$

$$\alpha_{xy} = \sum_{j=0}^{N-1} -[(1 + \cos 2\theta_j) + k_r \sin 2\theta_j]g(\theta_j) \dots\dots(14)$$

$$\alpha_{yx} = \sum_{j=0}^{N-1} [(1 - \cos 2\theta_j) - k_r \sin 2\theta_j]g(\theta_j),$$

$$\alpha_{yy} = \sum_{j=0}^{N-1} [\sin 2\theta_j - k_r(1 + \cos 2\theta_j)]g(\theta_j)$$

一方、上述の切削抵抗の変動が機械構造の伝達関数を通して振動変位となって現れることから、切取り厚さの変動は周波数領域で次のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta x(i\omega) \\ \Delta y(i\omega) \end{Bmatrix} = (1 - e^{-i\omega T}) \begin{bmatrix} G_{xx}(i\omega) & G_{xy}(i\omega) \\ G_{yx}(i\omega) & G_{yy}(i\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x(i\omega) \\ F_y(i\omega) \end{Bmatrix},$$

or  $\{\Delta(i\omega)\} = (1 - e^{-i\omega T}) [G(i\omega)] \{F(i\omega)\} \dots\dots\dots(15)$

式(15)は切削抵抗の変動から振動変位が生じることを意味し、式(13)はその振動変位によって切削抵抗が変動することを表している。この関係は、Fig.10のプロック線図に示すように閉ループ系を構成する。従来、切削力係数行列が時間に依存することが解析および理解を困難にしてきた。しかしながらこの切削力係数行列は、通常下記のようにその直流成分によって近似し得ることがわかってきている<sup>7)</sup>。



まず、びびり振動自体はほぼ1つの周波数 $\omega_c$ で成長することが多い。

$$\{\Delta(t)\} \approx \{\Delta_0\} e^{-i\omega_c t} \dots\dots\dots (16)$$

また、切削力係数行列は各刃が通過する周波数 $\omega_T = 2\pi/T$ の周期関数であり、直流成分と $\omega_T$ の整数倍周波数の交流成分から成っている。

$$[A(t)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [A_m] e^{-im\omega_T t} \dots\dots\dots (17)$$

従ってこれらを掛け合わせた切削抵抗の変動成分は

$$\{F(t)\} \approx \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{F_m\} e^{-i(\omega_c + m\omega_T)t} \dots\dots\dots (18)$$

となり、びびり振動周波数を中心として切れ刃通過周波数 $\omega_T$ の整数倍のハーモニクスから構成される。ところが、この切削抵抗が機械構造伝達関数に入力されると、伝達関数は一般にびびり振動周波数の近傍で大きな値を持ち、その近傍の周波数のみを拡大するバンドパスフィルターのように働く。これが、びびり振動がほぼ1つの周波数において発生し易い理由である。以上より、問題となっている切削力係数行列の交流成分は、一般にびびり振動ループの安定性には影響しないことが多い。従って臨界条件は、直流成分のみを考慮し、式(15)を式(13)に代入して下記のように表される。

$$\{F_0\} = \frac{1}{2} a_{lim} K_t (1 - e^{-i\omega_c T}) [A_0][G(i\omega_c)] \{F_0\} \dots\dots (19)$$

ここで、0ではない変動切削抵抗ベクトル $\{F_0\}$ が存在するためには、次の行列式が0でなければならない。

$$\det[[I] + \Lambda[A_0][G(i\omega_c)]] = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ただし固有値の逆数 $\Lambda$ は

$$\Lambda = \Lambda_R + i\Lambda_I = -\frac{1}{2} a_{lim} K_t (1 - e^{-i\omega_c T}) \dots\dots\dots (21)$$

である。

また、切削力係数行列の直流成分は各切れ刃の切削開始角度 $\theta_{st}$ から終了角度 $\theta_{ex}$ までの積分から次式のように求められる。

$$[A_0] = \frac{N}{2\pi} \int_{\theta_{st}}^{\theta_{ex}} [A(\theta)] d\theta = \begin{bmatrix} \alpha_{0xx} & \alpha_{0xy} \\ \alpha_{0yx} & \alpha_{0yy} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

$$\alpha_{0xx} = \frac{N}{4\pi} [\cos 2\theta - 2k_r \theta + k_r \sin 2\theta]_{\theta_{st}}^{\theta_{ex}},$$

$$\alpha_{0xy} = \frac{N}{4\pi} [-\sin 2\theta - 2\theta + k_r \cos 2\theta]_{\theta_{st}}^{\theta_{ex}}$$

$$\alpha_{0yx} = \frac{N}{4\pi} [-\sin 2\theta + 2\theta + k_r \cos 2\theta]_{\theta_{st}}^{\theta_{ex}},$$

$$\alpha_{0yy} = \frac{N}{4\pi} [-\cos 2\theta - 2k_r \theta - k_r \sin 2\theta]_{\theta_{st}}^{\theta_{ex}}$$

式(21)より、実部と虚部の2つの方程式を連立して解けば、次のように臨界の軸方向切込み量、インナモジュレーションとアウトモジュレーションの位相差および回転数が求められる。

$$a_{lim} = -\frac{\Lambda_R}{K_t} \left\{ 1 + \left( \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{\Lambda_I}{\Lambda_R} \dots\dots\dots (24)$$

$$n = \frac{60\omega_c}{N(2k\pi + \varepsilon)} \dots\dots\dots (25)$$

安定限界線図を求める手順は下記のとおりである。

- ① 共振周波数近傍においてびびり振動周波数 $\omega_c$ を仮定する。
- ② 式(20)より2次方程式を解いて固有値を算出する。
- ③ 式(23)より安定限界を算出する。
- ④ 式(24), (25)より、それぞれの波数 $k=0,1,2,\dots$ に対して回転数 $n$ を算出する。
- ⑤  $\omega_c$ を変えて上記を繰り返す。

なお、本解析では最初にねじれ角を0と仮定したが、結局のところねじれ角は式(22)に表される平均切削力には影響しないため、導出された臨界条件は任意のねじれ角に対して成り立つ。また、本解析では2方向の振動を同時に取り扱っているため、モードカップリング型のびびり振動も考慮されている。

参考までに、複数の周波数で同時にびびり振動が成長する場合を考慮した解析モデル<sup>8)</sup>、さらにその場合にねじれ角の影響も考慮した解析モデル<sup>9)</sup>も開発されている。

Fig.11は、上述の手順に従って、エンドミル加工時の再生びびり振動安定限界線図を描いたものである。解析条件はFig.11の下に付記したとおりである。Fig.11に示されるように、エンドミル加工においては旋削の場合と違って、2つの方向の振動が連成し得る(モードカップリング型と混合し易い)ために共振周波数前後の周波数でびびり振動が発生し、その場合に最も安定限界が低くなることがある。位相差 $\varepsilon$ に関しても、これに対応して $\varepsilon=\pi$ の付近で安定限界が最も低くなり得る。これらの相違点があるものの、旋削の場合に類似して切れ刃通過周波数が機械構造の共振周波数の整数分の1となる回転数付近で安定限界が高くなり、その安定領

域は高速になるほど広がる。従って、特に軟質金属の高速切削時には安定な回転数を選択することが重要となる。以上のモデルから、下記の傾向があることが理論的に理解できる。

エンドミル加工においては、軸方向切込みが大きくなるほど、半径方向切込みが大きくなって切削に関与する角度範囲が増加するほど、比切削抵抗が大きくなるほど、刃数が増えるほど、機械構造の動コンプライアンスが増大するほど、再生びり振動が発生しやすくなる。一方、送り速度やねじれ角（軸方向振動の場合を除く）は再生びり振動安定限界に大きな影響は与えない。なお、プロセスダンピングの影響については旋削の場合と同様に低速になるほど大きくなる。下記にエンドミル加工時の再生びり振動の特徴と対策を整理しておく。

**【特徴】**

- (1) 軸方向・半径方向切込み量、比切削抵抗、機械構造の動コンプライアンスが大きい時に発生し易い。
- (2) びり振動周波数は主軸回転数によって変化し、機械構造の共振周波数近傍になる。
- (3) 工具が摩耗するとプロセスダンピングが増大して安定になる傾向を持つ。
- (4) 発生時に指数関数的に振動が増大する。
- (5) 送り量にはあまり影響されないが、増加すると若干安定になる（比切削抵抗の寸法効果）。

**【対策】**

- (1) 軸方向・半径方向切込み量を減少し、送り量を増加、刃数を減少。
- (2) 安定な回転数を選択（特に軟質金属の高速切削時、安定な回転数は共振周波数 / (刃数 × 整数) の近辺

に存在）。

- (3) 機械構造の動コンプライアンスを低減（工具や被削材の形状や把持方法、工作機械構造の改善など）。
- (4) 比切削抵抗の減少（すくい角の増大、低摩擦コーティング、切削油剤、振動切削の適用など）。
- (5) 力の向きを変える（ねじれ角、軸／半径方向切込み、送り、工具姿勢など）。
- (6) 不等ピッチ工具を使用してピッチ角度または主軸回転数を適切に設定<sup>10)</sup>。
- (7) 主軸回転数の変動。
- (8) 逃げ面摩擦を増加（切削速度低減によるプロセスダンピング効果、逃げ角減少、摩擦パッドなど）。ただし(5)～(7)の対策はモードカップリング型との混合の場合には効果が少ない。

Fig.12は、ロングシャンクのボールエンドミルを用いた場合の自励びり振動安定性を測定、解析した例<sup>11)</sup>である。本事例では、切削送り方向回りの工具傾斜角 $i_s$ と軸方向切込みを変化させて安定性を求めている。このようにボールエンドミル加工では、工具姿勢が変化すると切削期間や切削力の方向が変化し、びり振動安定限界も増減することが分かっている。

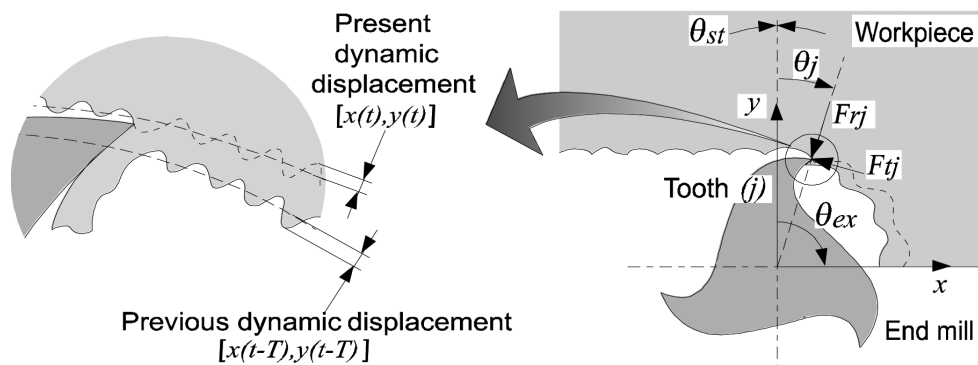


Fig.9. End milling process with self-excited chatter vibration.

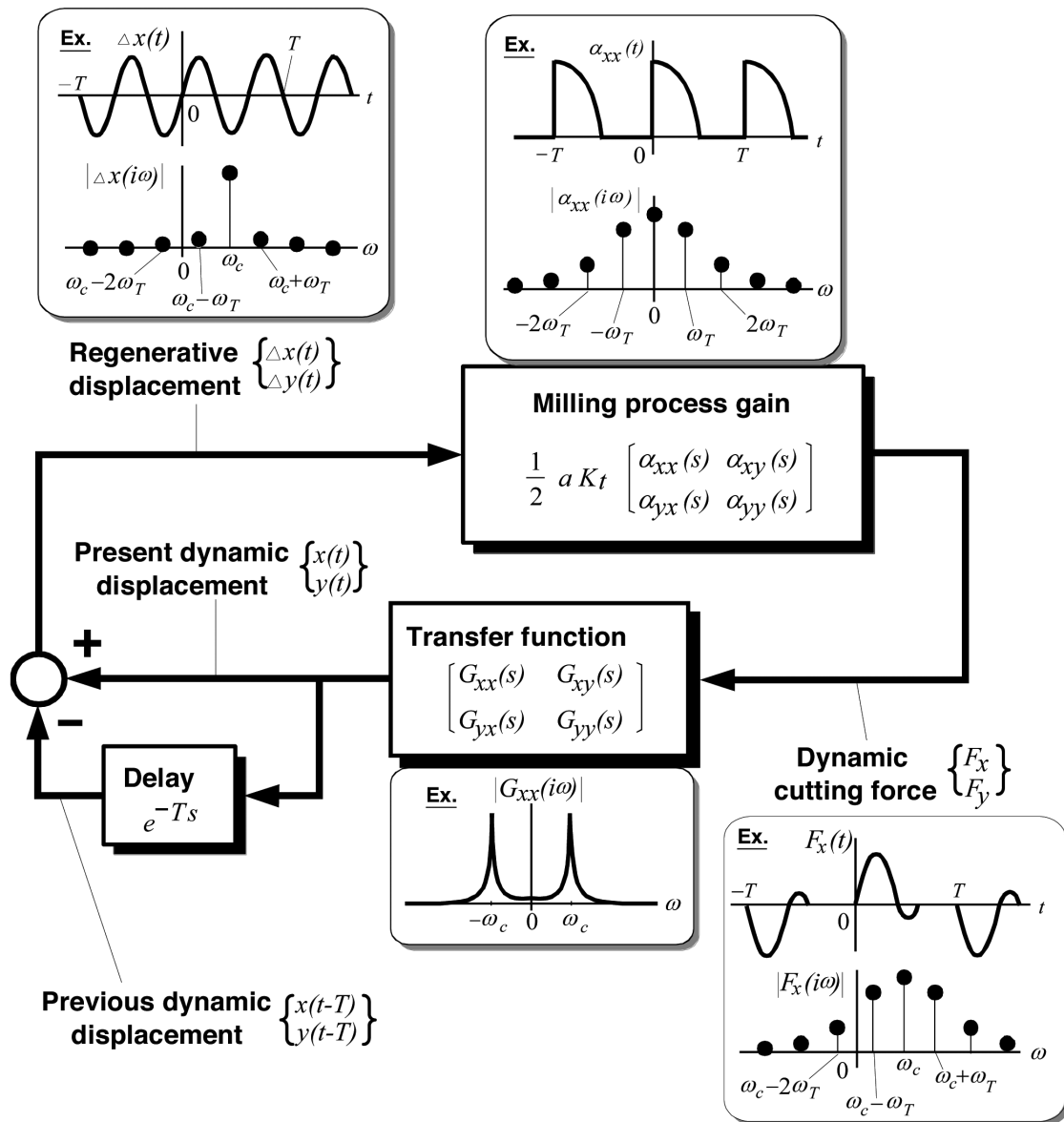


Fig.10. Block diagram of end milling process with self-excited chatter vibration.

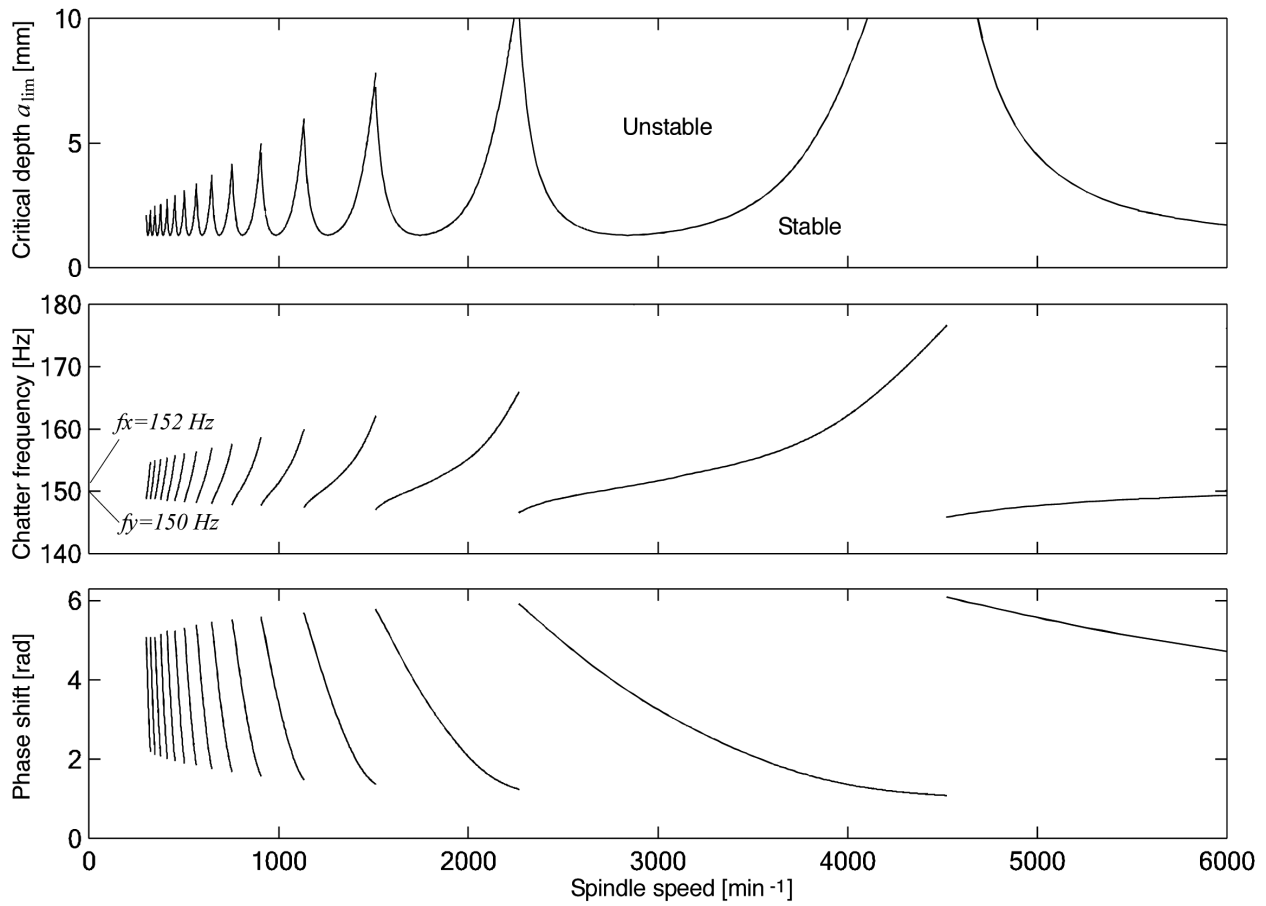


Fig.11. Simulated stability limits for self-excited chatter vibration in end milling.

[Simulation conditions] Radial depth: 0-60°(Up cut), 2 teeth,  $K_t=1500$  [MPa],  $k_r=0.3$ ,  $G_{xx}(j\omega)=1/(-M_x\omega^2+jC_x\omega+K_x)$ ,  $G_{yy}(j\omega)=1/(-M_y\omega^2+jC_y\omega+K_y)$ ,  $G_{xy}(j\omega)=G_{yx}(j\omega)=0$ , where  $M_x=11$ ,  $M_y=9$  [kg],  $K_x=10\times 10^6$ ,  $K_y=8\times 10^6$  [N/m],  $C_x=300$ , and  $C_y=200$  [N/(m/s)].

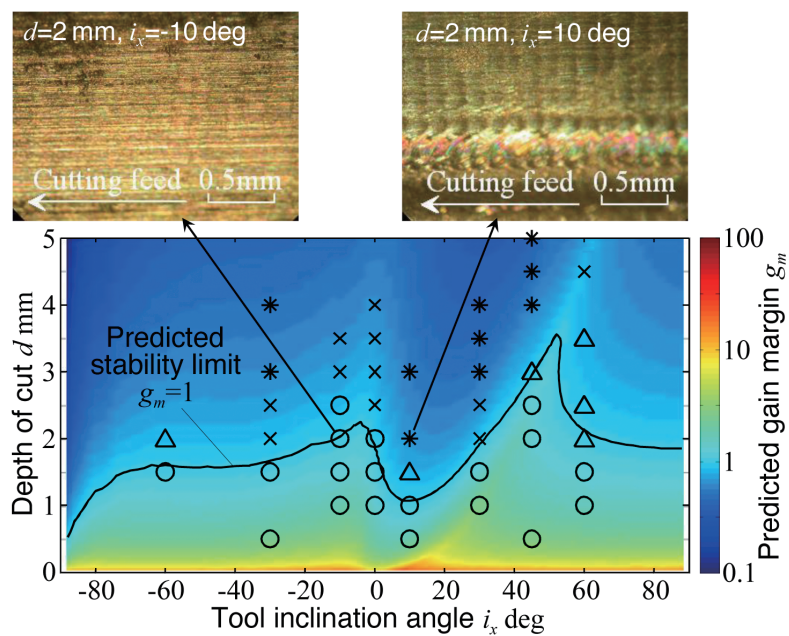


Fig.12. Chatter stability measured and predicted in ball end milling at varied tool inclination angle<sup>(11)</sup>.

## 5. おわりに

本稿では、代表的な切削加工である旋削とエンドミル加工において発生するびびり振動の種類、発生機構、理論解析、特徴と抑制手法について、事例を交えて解説した。特に実用的に重要なエンドミル加工における自励びびり振動については、近年の研究成果を整理して紹介した。これらの理論解析は、手早い予測を可能にするだけでなく、基本的な現象に対する理解を深める上で非常に有用である。これらの研究成果を理解・活用することにより、従来のように経験的にびびり振動対策を講じるのではなく、系統的により適切な対策を講じることが可能になってきている。

「びびり振動」という用語には、古い研究テーマであったり、地味な現場レベルの問題というマイナスのイメージを持つ研究者、技術者もいるようである。しかし、現実には、多くの工業製品を生み出す上で、それらの生産コスト、品質や性能をも左右し得る重要な技術課題であることから、本稿で解説した内容やその関連知識が生産技術者に広く普及し、実際の生産に活用され役立つことを期待したい。

(文献)

- 1) Y. Altintas: *Manufacturing Automation*, Cambridge University Press, 2000.
- 2) 星鐵太郎：機械加工の振動解析，工業調査会，1990.
- 3) 鈴木教和，井加田勲，樋野励，社本英二：精密工学会誌，75 (2009)，7, 908.
- 4) T. Mori, T. Hiramatsu and E. Shamoto: *Precision Engineering*, 35 (2011)，416.
- 5) N. Suzuki, K. Nishimura, E. Shamoto and K. Yoshino: *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, 4 (2010)，5, 883.
- 6) Y. Kurata, S.D. Merdol, Y. Altintas, N. Suzuki and E. Shamoto: *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing*, 4 (2010)，6, 1107.
- 7) Y. Altintas and E. Budak: *Annals of CIRP*, 44 (1995)，357.
- 8) E. Budak and Y. Altintas: *Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 120 (1998)，22.
- 9) M. Zatarain, J. Muñoa, G. Peigné and T. Insperger: *Annals of the CIRP*, 55 (2006)，365.
- 10) 社本英二，影山和宏，森脇俊道：日本機械学会関西支部第77期定時総会講演会講演論文集，024-1 (2002)，3-5.
- 11) E. Shamoto and K. Akazawa: *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 58 (2009)，351.